INTERPOLATING MANIFOLDS FOR KNOTS

MAKOTO OZAWA

Abstract. 3 次元球面内の結び目を研究するにあたって、中間の次元となる 2 次元の多様体が結び目の性質を反映することが多い。この記事では、2 次元の多様体として結び目を含む閉曲面を利用した予想と結果を紹介する。

1. Interpolating manifold

1964 年、Neuwirth は次の予想をした。

Conjecture 1.1. ([18], [19, Problems B]) *The fundamental group of the complement of a non-trivial knot in the 3-sphere is a non-trivial free product with amalgamation, and the amalgamating subgroup is free.*

この予想は Culler と Shalen によって解決された。

Theorem 1.2. ([5]) *The exterior of a non-trivial knot contains an essential separating properly embedded surface which has non-empty boundary.*

しかし、Conjecture 1.1. の元になっている、Neuwirth の幾何的な予想は未解決である。

Conjecture 1.3. ([18]) *Let K be a knot in S^3. Then there exists a closed manifold S in S^3 satysfying the following conditions:*

1. *$S \supset K$;*
2. *$S - K$ is connected;*
3. *$S - E(K)$ is essential in $E(K)$.*

Remark 1.4. 3 の条件は、原論文では "$\pi_1(S-K)$ is injected isomorphically *into* the fundamental group of each component of $S^3 - S$" となっている。

Conjecture 1.3. の部分的解決を与える為、Neuwirth は次の定義をした。

"A closed 2-manifold $S \subset S^3$ is called an *interpolating manifold* for a knot K if $S \supset K$ and K does not generate a non-trivial direct summand of the first homology group of the closure of either component of $S^3 - S$."

全ての knot は interpolating manifold を持つことが次のようにして分かる。K の Seifert surface を F として、$\partial N(F)$ を S とする。このとき、$S \supset K$ であり、K は $S^3 - S$ のいずれの成分においても 0 に homologous である。よって、S は K の interpolating manifold である。従って、次の定義が出来る。

"The *interpolating genus* of K, denoted g_I, is the smallest integer g_I such that K may be interpolated by a manifold of genus g_I."

1991 *Mathematics Subject Classification.* 57M25.
Key words and phrases. Interpolating manifold, Property P, Property Q, alternating knot, Berge knot, Dean knot.

$g_I = 0$ である為の必要十分条件は K が trivial であることである。torus knot は $g_I = 1$ である。一般に、上の注意から、

$$g_I \leq 2g$$

が成り立つ。Neuwirth は上の不等式で等号が成立しない場合、Conjecture 1.3 が正しいことを証明した。

Theorem 1.5. ([18]) *If $g_I < 2g$ then Conjecture 1.3 is true. That is, there exists a closed 2-manifold S in S^3 such that $S \supset K$, $S - K$ is connected, and $\pi_1(S-K)$ is injected isomorphically into the fundamental group of the closure of each component of $S^3 - S$, so that $\pi_1(S^3 - K) \cong A *_C B$ non-trivially and C is free.*

Remark 1.6. Theorem 1.5 の証明を見てみると、実際 genus が g_I に等しい S で $S - K$ が connected ならば Conjecture 1.3 が正しいことを示していることが分かる。

2. Property Q

1970 年、Simon は次の定義をした。

"A knot K in S^3 has *property* Q if there exists a closed 2-manifold S in S^3 such that

1. $K \subset S$.
2. $S - K$ is connected.
3. If A, B are the closures of the complementary domains of S, then $H_1(A, S-K)$ and $H_1(B, S-K)$ are nontrivial."

この定義は次の節で述べるように、$S - K$ が connected である interpolating manifold S を K が持つことと同値になる。

K 及び S を上の定義にあるものとし、$S \cap E(K)$ の boundary slope を γ とおく。このとき、K が *property* Q^* を持つとは、K が property Q を持ち、かつ $|\gamma| \geq 3$ を満たすときをいう。

Property Q^* は Property P を導く為の技術的な定義である。ここで、K が *Property* P を持つとは、K に沿った任意の非自明な Dehn surgery で、単連結でない 3 次元多様体が得られるときをいう（[3]）。Lickorish [14] により、任意の closed, orientable 3-manifold は S^3 内の link に沿った Dehn surgery で得られることが証明されている為、Poincaré 予想（[21]）は次の 2 つの予想が肯定的に解決されれば完全に解決されることになる。

Conjecture 2.1. S^3 内の任意の *knot* は *property* P を持つ。

Conjecture 2.2. 任意の *homotopy 3-sphere* は S^3 内のある *knot* に沿った *Dehn surgery* で得られる。

Simon は property Q^* が property P を導くことを証明した。

Theorem 2.3. ([24]) *If K is a knot with property Q^*, then K has property P.*

Property Q, Q^* はホモロジー群による定義だが、一方、Simon は基本群を用いた次の定義もしている。

"A knot K in S^3 has *property* Q^{**} if there exists a closed surface S in S^3 such that

(a) $K \subset S$;
(b) $S - K$ is connected;

(c) If A, B are the closures of the complements of S, then $\pi_1(A)/i_*\pi_1(S-K)$, $\pi_1(B)/i_*\pi_1(S-K)$ are nontrivial.
(**) If γ is the boundary slope of $S \cap E(K)$, then $|\gamma| \geq 8$."

この定義も、(**) という付加的な条件が付いているが、それは次を示す為の技術的な条件である。

Theorem 2.4. ([24]) *If K has property Q^{**}, then K has property P.*

Remark 2.5. Theorem 2.3 又は Theorem 2.4 の拡張として、K が property Q 又は Q^* を持つ場合、cyclic surgery を持たないことを示せないだろうか？この問いは市原氏に指摘された。

Remark 2.6. property Q^* 又は Q^{**} を link に拡張出来ないだろうか？knot の Dehn surgery を用いて Poincaré 予想を解決するには、Conjecture 2.1 と 2.2 の解決が必要だが、link で Property P を示すことが出来れば、Conjecture 2.2 は不要になる。この問いは市原氏に指摘された。

3. Interpolating manifold and property Q

1971 年、Simon は [25] で interpolating manifold と property Q との関係を明らかにした。K の interpolating manifold S が *nontrivial* であるとは、$S-K$ が connected のときをいう。

S を S^3 内の knot K を non-separating に含む closed 2-manifold of genus $n \geq 1$ とし、A を S の complementary domain の closure とする。

Theorem 3.1. ([25]) *$K \in pH_1(A)$ for some prime $p \in Z$ iff there exists a homomorphism of $H_1(A, S-K)$ onto Z_p. In particular, K generates a free factor of $H_1(A)$ iff $H_1(A, S-K) = 0$.*

この定理の後半の対偶をとり、次を得る。

Corollary 3.2. *A knot K has a nontrivial interpolating manifold iff K has property Q.*

Theorem 2.3 と合わせて、次を得る。

Corollary 3.3. *If a knot K has a nontrivial interpolating manifold S such that a boundary slope of $S \cap E(K)$ is not 0, a generator, or twice a generator in $H_1(S^3-K)$, then K has Property P.*

4. Alternating knot

1956 年、Aumann は alternating knot complement の asphericity を示す為、次のことを証明している。

K を alternating knot、$\tilde{K}$ を K の alternating diagram とする。$\tilde{K}$ が simple closed curve であることから、checkerboard coloring から得られる 2 枚の surface の内、どちらかは non-orientable であることが分かる。それを F とする。$S = \partial N(F)$ と置くと、S 上には K が自然に含まれるとみなせるが、F が non-orientable であることから、K は S 上 non-separating loop である。

Theorem 4.1. ([1]) *$S - K$ is incompressible in $S^3 - K$.*

F が Möbius band のとき K は (2,n)-torus knot であるので、$S \cap E(K)$ は $E(K)$ 内 ∂-incompressible である。又、S の genus が 1 以上の場合は、$S \cap E(K)$ が $E(K)$

内 incompressible ならば、∂-incompressible であることが知られているので、この結果は、Conjecture 1.3 の部分的解決となっている。

Aumann の結果の一般化が出来たのでご紹介する。K を S^3 内の knot、F を S^3 内の closed surface とする。このとき、K が *alternating with respect to* F であるとは、projection $\pi : F \times [-1,1] \to F$ に関して F 上 $\pi(K)$ が alternating diagram になるように K を F の neighborhood $F \times [-1,1]$ に isotop 出来るときをいう。また、F 上の diagram $\pi(K)$ が *prime* であるとは、$\pi(K)$ と crossing 以外の 2 点で交わる F 上の任意の simple closed curve γ に対して、γ が $\pi(K)$ と 1 本の arc で交わるような disk を F 上で bound するときをいう。

Theorem 4.2. *Let K be an alternating knot with respect to F. Suppose that K has a prime alternating diagram $\pi(K)$ on F. Then, there exist a closed surface R in $F \times [-1,1]$ and an isotopy of K so that $R \supset K$, $R - K$ is connected, incompressible in $S^3 - K$, and R bounds a handlebody in $F \times [-1,1]$.*

この定理の証明は、non-orientable checkerboard surface の twisted I-bundle を考え、その境界を R とする。$R - K$ が $S^3 - K$ 内で incompressible であることを示せば十分であるが、twisted I-bundle 側へは π_1-injective に入っているので証明することはない。外側について示すには、仮に compressible だとして、compressing disk ともう一方の checkerboard surface との交わりを診る。交わりを "綺麗に" した後、compressing disk 内 outermost arc が bound する outermost disk の境界を diagram 上で描くと、primeness に反する loop が得られる。

trivial knot exterior 内の essential surface は meiridian disk のみであるので、Theorem 4.1 は alternating knot の non-triviality の幾何的な証明にもなっている。この一般化として、"knot complement 内の closed surface に関する non-triviality" が Theorem 4.2 から導ける（[13, Corollary 4]）。

knot exterior $E(K)$ 内の properly embedded surface F が *free* であるとは、$E(K) - intN(F)$ が handlebody から成るときをいう。F を $E(K)$ 内の non-planar essential free surface、γ を F の boundary slope とする。このとき、K に沿った γ-Dehn surgery で得られる 3 次元多様体 $K(\gamma)$ は irreducible で、$\hat{F}$ を F から自然に拡張して得られる closed surface とするとき、$\hat{F}$ は $K(\gamma)$ 内で incompressible であることが示されている（[22], [4]）。Theorem 4.2 の証明において、全空間は S^3 でなくても通用するので、Theorem 4.2 の F を closed orientable 3-manifold の Heegaard surface とし、K を F 上に prime alternating diagram を持つ knot とすると、次が系として得られる。

Corollary 4.3. *Let M be a closed orientable 3-manifold. If $H_1(M) = 0$, then there exist a knot K in M and a slope γ such that $M(\gamma)$ is a Haken manifold.*

ここで、条件 $H_1(M) = 0$ は、[4] で与えられているものである。

Remark 4.4. [26, Theorem 2] により、M は fibered knot K を含み、K に沿った non-trivial Dehn surgery で Haken, hyperbolic 3-manifold が得られることが知られている。これは寺垣内先生に指摘された。

Delman と Roberts は、alternating knot が property P を持つことを lamination を用いて証明している（[8]）。同様のことを、Theorem 4.1 の S を利用して別証を与えられないだろうか？alternating knot の特性をうまく活かせば、property Q^{**}（又は Q^*）を導けると思われる。

5. Primitive—Seifert-fibered construntion

前節までは、closed surface 上 "十分複雑に乗った"knot を考えたが、本節では、比較的単純に乗った knot を考える。

V を genus two handlebody とし、K を ∂V 上に乗った knot とする。このとき、K が V に関して *primitive*（resp. *Seifert-fibered*）であるとは、K に沿って H に 2-handle を付けた場合 solid torus（resp. a Seifert fibered manifold over the disk with at most two exceptional fibers）が得られるときをいう（[2], [7], [16]）。$(F; V, V')$ を S^3 の genus two Heegaard splitting とし、K が genus two Heegaard surface F に含まれているとする。このとき、K が *primitive/primitive*（resp. *primitive/Seifert-fibered*）であるとは、K が V, V' の両方に関して primitive（resp. V に関して primitive かつ V' に関して Seifert-fibered）のときをいう。また、$F \cap E(K)$ の boundary slope を K の F に関する *surface slope* といい（[16]）、$\gamma(F; K)$ と表す。

K に沿った slope $\gamma(F; K)$ Dehn surgery で得られる 3 次元多様体 $K(\gamma(F; K))$ は $(V \cup_K 2 - handle) \cup (V' \cup_K 2 - handle)$ という分解を持つ。従って、K が primitive/primitive の場合 $K(\gamma(F; K))$ は lens space（[2]）、primitive/Seifert-fibered の場合 small Seifert fibered manifold 又は connected sum of two lens spaces（[7]）となる。

逆に、次が予想されている。

Conjecture 5.1. ([2]) *If a non-trivial Dehn surgery yields a lens space, then K is a primitive/primitive knot and the surgery slope is the surface slope.*

Conjecture 5.2. ([7]) *If a non-trivial Dehn surgery yields a Seifert fibered manifold other than a lens space, then K is a primitive/Seifert-fibered knot and the surgery slope is the surface slope.*

Primitive/primitive knot, primitive/Seifert-fibered knot は発見者の名前をとってそれぞれ、Berge knot, Dean knot と呼ばれており、これらの knot は共に tunnel number one knot である。ここで、K が *tunnel number one knot* であるとは、$E(K)$ が genus two Heegaard splitting を許容するときをいう。一般に、$E(K)$ の Heegaard splitting の genus の最小値から 1 を引いたものを K の *tunnel number* といい、$t(K)$ で表す。

tunnel number と Dehn surgery で得られる多様体の種数には次の明らかな関係がある。

Proposition 5.3. *For any slope γ, $g(K(\gamma)) \leq t(K) + 1$.*

ここで、Gordon と Luecke により non-trivial knot の non-trivial Dehn surgery では S^3 が得られないことが示されている（[11]）ので、non-trivial knot K と $\gamma \neq \infty$ に対して常に $1 \leq g(K(\gamma))$ である。しかしながら、tunnel number が非常に大きい knot に沿った Dehn surgery で lens space が得られるとは信じ難い。Berge knot の構成のような仕組みが一般に成り立っていて欲しい。

$(F; V, W)$ を S^3 の genus n Heegaard splitting とし、$\{v_1, \cdots, v_g\}$, $\{w_1, \cdots, w_g\}$ をそれぞれ V, W の complete meridian disk system とする。knot K が F に乗っていると仮定する。このとき、K が F に関して *primitive/primitive* であるとは、K が $\partial v_1 \cup \cdots \cup \partial v_g$ と $\partial w_1 \cup \cdots \cup \partial w_g$ とそれぞれ 1 点のみで交わるときをいう。Berge knot と同様の理由により、$K(\gamma(F; K))$ は種数が $g - 1$ となることが分かる。Berge の予想の一般化を述べるとすれば次のようになる。

Conjecture 5.4. *If $1 \leq g(K(\gamma)) < t(K) + 1$, then there exists a genus $t(K) + 1$ Heegaard splitting $(F; V, W)$ of S^3 such that $K \subset F$, K is primitive/primitive with respect to F, and γ is the surface slope of K with respect to F. Moreover, $g(K(\gamma)) = t(K)$.*

この予想に対し、Moriah と Rubinstein は次のような現象を解明している。

M を finite volume 及び d ordered cusps $c_1, \cdots, c_d$ を持つ orientable complete hyperbolic 3-manifold とする。$\mathcal{M}$ で、M 上 Dehn surgery をして得られる全ての manifold から成る集合とする。即ち、$q = (q_1, \cdots, q_d) \in \mathcal{Q}^d$ に対し、M_q を i 番目の cusp 上 q_i-surgery をして得られる manifold とすると、$\mathcal{M} = \{M_q | q \in \mathcal{Q}^d\}$ である。

Theorem 5.5. ([17, Thorem 0.1 a)]) *There is a d-tuple of integers* $(N_1, \cdots, N_d)$ *defining a sub-collection* $\mathcal{M}'$ *of* $\mathcal{M}$ *by* $\mathcal{M}' = \{M_q \in \mathcal{M} | max(|p_i|, |r_i|) > N_i, i = 1, \cdots, d\}$ *and a finite collection of surfaces* $\Sigma_1, \cdots, \Sigma_r$ *embedded in* M *so that every irreducible Heegaard splitting surface of genus less than or equal to g of manifolds* $M_q \in \mathcal{M}'$ *is isotopic to one of the* Σ_i.

ここで、$q_i = p_i/r_i$ $(i = 1, \cdots, d)$ とし、g は M の Heegaard genus より大きい整数とする。

6. Addendum

本節では、Theorem 1.2 以降の進展について、いくつか知られていることを述べる。

Theorem 1.2 では、knot exterior 内に essential separating surface が存在するという形で書いたが、実際、[5] では、torus knot 及び cable knot 以外の knot が少なくとも 2 つの boundary slope を持つことが示されている。では、boundary slope の数はいくつあるのか？という疑問が生じるが、$\mathcal{B}K \subset Q \cup \{\infty\}$ を knot K の exterior 内の全ての essential surface の boundary slope から成る集合とするとき、Hatcher により、$\mathcal{B}K$ は有限であることが示されている（[12]）。すると、自然に次の定義がされる。$\mathcal{B}K$ の *diameter*, $diam\mathcal{B}K$ とは、最大の slope から最小の slope を引いたもので定義する。但し、$\infty \in \mathcal{B}K$ の場合は、$diam\mathcal{B}K = \infty$ と定める。先に述べた Theorem 1.2 は、$diam\mathcal{B}K \neq 0$ であると言い換えることが出来る。更に、Culler と Shalen により、任意の non-trivial knot K に対し、$diam\mathcal{B}K \geq 2$ であることが示されている（[6, Corollary 1.7]）。また、Dunfield は、hyperbolic knot K に対し、もし $diam\mathcal{B}K = 2$ ならば、等号を与える 2 つの slope は共に non-integral であることを示している（[9]）。

knot K が *small* であるとは、K の exterior $E(K)$ 内に essetial closed surface を含まないときをいう。Property P を knot が small か否かで考えてみる。まず、non-small の場合であるが、essential closed surface と $\partial E(K)$ との間に essential annulus が存在する場合、このような surface を *accidental surface*、間に張られる annulus を *accidental annulus* と呼ぶ（[13]）。accidental annulus の boundary から定まる slope が一意的であることが示されている為、一つの accidental annulus の slope から accidental surface の slope が定まる（[13]）。これを *accidental slope* という。accidental surface は、その性質上、meridional slope を持つものと、そうでないものに分けるべきである。non-meridional slope を持つ accidental surface の accidental slope は常に integer であることが Culler、Gordon、Lucke、そして Shalen により示されている（[4, Lemma 2.5.3]）。

仮に、全ての non-trivial Dehn surgery 後、essential closed surface が incompressible ならば、その knot は Property P を満たすことが分かる。Wu は、essential, not accidental closed surface に対して、高々3 つの slope に関してのみ、Dehn surgery 後 compressible になってしまうことを示した（[28]）。次に、accidental surface についてであるが、Menasco は 2 つの non-parallel accidental annuli が存在した場合に、その accidental surface は任意の non-trivial Dehn surgery に関して、incompressible となることを証明した（[15]）。ここで、Menasco は meridional slope の場合の証明を与えているが、non-meridional の場合、accidental annulus は一意的であることが [13, Theorem 1] で示されている。meridional slope の accidental annulus を唯一持つ accidental surface については、ある種の knot class に対して、全ての integral slope Dehn surgery 後 compressible になってしまうことが Wu によって示されている（[29]）。また、Menasco が与えた証明と同様の方法で、non-integral slope については常に incompressibility を保つことが分かる。integral accidental slope γ を持つ accidental surface については、γ'-Dehn surgery 後に compressible になる為の必要十分条件が、$\Delta(\gamma, \gamma') \leq 1$ であることが、Culler、Gordon、Lucke、そして Shalen により示されている（[4, Theorem 2.4.3]）。

次に、small knot に関して、Dunfield は次を示している。

Theorem 6.1. ([9, Theorem 4.1]) *Suppose K is a small hyperbolic knot in a homotopy sphere which has a non-trivial cyclic surgery slope γ. Then there is an essential surface in the exterior of K whose boundary slope is non-integral and lies in $(r-1, r+1)$.*

この系として、次が得られる。

Corollary 6.2. ([9, Corollary 1.1]) *If a small knot in a homotopy sphere has only integral boundary slopes, then it has Property P.*

従って、Property P を small と non-small の場合に分けて考える場合、essential, not accidental surface の例外と、meridional slope を持つ accidental surface の accidental annulus が唯一の場合の対処、及び、non-integral slope の essential surface を exterior に含む small knot の考察に帰着される。ここで、non-integral slope を持つ essential surface F は not strongly essential（つまり、$\partial(E(K) - \mathrm{int}N(F))$ が $E(K) - \mathrm{int}N(F)$ の両方の成分内で compressible）であることを注意しておく。これは、松田氏により指摘された（[13, Corollary 1]）。

References

[1] R. J. Aumann, *Asphericity of alternating knots*, Ann. of Math. **64** (1956) 374-392.

[2] J. Berge, *Some knots with surgeries yielding lens spaces*, unpublished manuscript.

[3] R. H. Bing and J. M. Martin, *Cubes with knotted holes*, Trans. Amer. Math. Soc. **155** (1971) 217-231.

[4] M. Culler, C. McA. Gordon, J. Luecke, and P. B. Shalen, *Dehn surgery on knots*, Ann. of Math. **125** (1987) 237-300.

[5] M. Culler and P. B. Shalen, *Bounded, separating, incompressible surfaces in knot manifolds*, Invent. Math. **75** (1984) 537-545.

[6] M. Culler and P. B. Shalen, *Boundary slopes of knots*, Comment. Math. Helv. **74** (1999) 530-547.

[7] J. Dean, *Hyperbolic knots with small Seifert-fibered Dehn surgeries*, Ph. D. thesis, University of Texas at Austin, 1996.

[8] C. Delman and R. Roberts, *Alternating knots satisfy strong property P*, Comment. Math. Helv. **74** (1999) 376-397.

[9] N. M. Dunfield, *Cyclic surgery, degrees of maps of character curves, and volume rigidity for hyperbolic manifolds*, Invent. math. **136** (1999) 623-657.

[10] C. McA. Gordon, *Dehn filling: a survey*, the Proceedings of the Mini Semester in Knot Theory, Stefan Banach International Mathematical Center, Warsaw, Poland, 1995.

[11] C. McA. Gordon and J. Luecke, *Knots are determined by their complements*, J. Amer. Math. Soc. **2** (1989) 371-415.

[12] A. Hatcher, *On the boundary slopes of incompressible surfaces*, Pacific J. Math. **99** (1982) 373-377.

[13] K. Ichihara and M. Ozawa, *Accidental surfaces in knot complement*, to appear in J. Knot Theory and its Ramifications., http://bttb.tripod.co.jp/knot/accident.pdf

[14] W. B. R. Lickorish, *A representation of orientable combinatorial 3-manifolds*, Ann. of Math. **76** (1962) 531-540.

[15] W. Menasco, *Closed incompressible surfaces in alternating knot and link complements*, Topology **23** (1984) 37-44.

[16] K. Miyazaki and K. Motegi, *On primitive/Seifert-fibered constructions*, Preliminary Version.
[17] Y. Moriah and H. Rubinstein, *Heegaard structures of negatively curved 3-manifolds*, Final version, Nov. 95.
[18] L. Neuwirth, *Interpolating manifolds for knots in S^3*, Topology **2** (1964) 359-365.
[19] L. P. Neuwirth, *Knot Groups*, Ann. Math. Studies **56** Princeton Univ. Press, 1965.
[20] M. Ozawa, *Essential free decompositions of knot exteriors*, in preparation, http://bttb.tripod.co.jp/knot/efd.pdf
[21] H. Poincaré, *Cinquième complément à l'Analysis Sitis*, Rend. Circ. Math. Palermo, **18** (1904) 45-110.
[22] J. H. Przytycki, *Incompressibility of surfaces after Dehn surgery*, Michigan Math. J. **30** (1983) 289-308.
[23] K. Shimokawa, Dehn surgery に関する論文, http://www.math.is.tohoku.ac.jp/~koya/
[24] J. Simon, *Some classes of knots with property P*, Top. of Manifolds (Arhens, Ga., 1969), pp 195-199. Markham Publ. Comp.
[25] J. Simon, *On knots with nontrivial interpolating manifolds*, Trans. Amer. Math. Soc. **160** (1971) 467-473.
[26] T. Soma, *Hyperbolic, fibred links and fibre-concordances*, Math. Proc. Camb. Phil. Soc. **96** (1984) 283-294.
[27] 池田祐司, 鈴木晋一, 津久井康之, 丸本嘉彦, 山下正勝, 横山和夫, 浅野孝平, 金戸武司, 3 次元多様体: Poincaré 予想を中心として（報告）, 数理科学講究録 346, 結び目と 3 次元多様体, pp 107-169. 数理科学講究録刊行会, 1979 年.
[28] Y.-Q. Wu, *Incompressibility of surfaces in surgered 3-manifolds*, Topology **31** (1992) 271-279.
[29] Y.-Q. Wu, *Dehn surgery on arborescent knots*, J. Differential Geom. **43** (1996) 171-197.

Department of Mathematics, School of Education, Waseda University, Nishiwaseda 1-6-1, Shinjuku-ku, Tokyo 169-8050, Japan

E-mail address: ozawa@mba.sphere.ne.jp, URL: http://bttb.tripod.co.jp/